

## REFERANSEPLAN

Denne referanseplanen henviser til  
Pensjonskontorets konkurransegrunnlag for innkjøp  
av tjenestepensjonsordning innen KS' tariffområde

mai 2006.



# Innhold

<b>I Aktive</b>	<b>5</b>
1 Innledning	7
2 Notasjoner	9
<b>3 Ytelser</b>	<b>13</b>
3.1 Alderspensjon . . . . .	13
3.1.1 Før nådd pensjonsalder i folketrygden . . . . .	13
3.1.2 Etter nådd pensjonsalder i folketrygden . . . . .	13
3.2 Etterlattepensjon . . . . .	13
3.2.1 Ektefellepensjon . . . . .	13
3.2.2 Barnepensjon . . . . .	14
3.3 Uførepensjon . . . . .	14
<b>4 Forsikringstekniske kontantverdier for aktive</b>	<b>15</b>
4.1 Alderspensjon . . . . .	15
4.1.1 Før nådd pensjonsalder i folketrygden . . . . .	15
4.2 Etterlattepensjon . . . . .	16
4.2.1 Ektefellepensjon . . . . .	16
4.2.2 Barnepensjon . . . . .	16
4.3 Uførepensjon . . . . .	16
4.4 Forventet kontantverdi av fremtidig pensjonsgrunnlag . . . . .	16
<b>II Fratrådte, pensjonister og AFPere</b>	<b>17</b>
<b>5 Fratrådte</b>	<b>19</b>
<b>6 Pensjonister</b>	<b>21</b>
6.1 Innledning . . . . .	21
6.2 Alderspensionister AP1 . . . . .	22
6.2.1 AP1 . . . . .	22
6.2.2 AP2 . . . . .	22
6.2.3 EP og BP . . . . .	22
6.3 Alderspensionister AP2 . . . . .	22
6.3.1 AP2 . . . . .	22
6.3.2 EP og BP . . . . .	22
6.4 Ektefellepensjonister . . . . .	22
6.5 Barnepensjonister . . . . .	22

6.6	Uførepensjonister . . . . .	22
6.6.1	UP . . . . .	22
6.6.2	AP1, AP2, EP og BP . . . . .	22
<b>7</b>	<b>AFP'ere</b>	<b>23</b>

---

**Del I**

**Aktive**



# Kapittel 1

## Innledning

Dette er en dokumentasjon av formler for

- ytelser og
- forsikringstekniske kontantverdier

for dekningene

- alderspensjon før nådd pensjonsalder i folketrygden ( AP1 )
- alderspensjon etter nådd pensjonsalder i folketrygden ( AP2 )
- ektefellepensjon
- barnpensjon ( BP )
- uførepensjon ( UP )





## Kapittel 2

# Notasjoner

Vi deler opp parametrene i to grupper, en for parametere på personnivå og en for parametere på generelt nivå. Parametere på personnivå varierer mellom medlemmene i samme pensjonsordning. Vi innfører følgende notasjon for parametere på personnivå:

$r_{pg}$	Pensjonsgivende lønn veiet i $G$ ( maksimalt 12 )
$k_j$	Kjønn ( M/ K )
$x$	Alder ved ansettelse
$t$	Tid siden ansettelse
$faar$	Fødselsår
$r_a$	Aldersgrense ( stillingsavhengig )
$r_p$	Antatt pensjonsalder ( $> x + t$ )
$d$	Antatt gjennomsnittlig deltidsandel som aktiv.
$b$	Brøk for avkortning av pensjon ved maksimal opptjeningstid $< 30$ år.
$a$	Aktivgrad

Vi innfører følgende notasjon for parametere og funksjoner på generelt nivå:

$G$	60699	Folketrygdens grunnbeløp
$s$	0.7933	Særtillleggssats i folketrygden
$v$	$\frac{1}{1.0175}$	Diskonterings-sats for forsikringstekniske kontantverdier
$r$	67	Pensjonsalder i folketrygden
$\omega$	120	Antatt maksimumsalder
$s_{BP}$	21	Opphørsalder for BP
$er$	0.60	Konstant for ervervsreduksjon veid i $G$ for EP1
$p_{AP}$	0.66	Pensjonsprosent av pensjongivende lønn for AP
$p_{UP}$	1.00	Pensjonsprosent av AP for UP
$p_{EP}$	0.09	Pensjonsprosent av pensjongivende lønn for EP
$p_{EP,gml}$	0.60	Pensjonsprosent av AP i gammel formel for EP
$p_{BP}$	0.15	Pensjonsprosent av pensjongivende lønn for BP
$g(y)$	$K63$	$\Pr\{y - \text{åring har erstatningsberettiget ektefelle}\}$
$f(y)$	$K63$	Forventet aldersdifferanse mellom hovedforsikret i alder $y$ og erstatningsberettiget ektefelle
$k(y)$	$K63$	Forventet antall erstatningsberettigete barn for en $y - \text{åring}$
$z(y)$	$K63$	Forventet alder på erstatningsberettiget barn under $s_{BP}$ år
$\mu_u^k$		Overgangsintensiteter som er beskrevet nærmere nedenfor
${}_u p_y^j$		Marginal overlevelsesansynlighet for tilstand $j$ . Denne er beskrevet nærmere nedenfor
${}_u p_{y,2}^j$		Marginal overlevelsesansynlighet for medforsikret ektefelle
$S_j$		Årlig ytelsesintensitet for dekning $j$
$K_y^{jk}$		Forventet kontantverdi av en enhetsytelse som blir aktuell ved overgang fra tilstand $j$ til tilstand $k$ i alder $y$
$E_y$		Forventet kontantverdi i alder $y$ av en eventuell enhetsytelse
$V_t$		Verdi av opptjente pensjonsrettigheter
$T_t$		Verdi av totale fremtidige pensjonsrettigheter

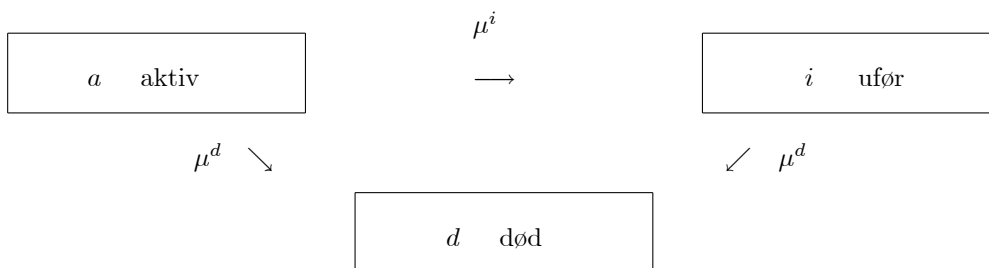
Diskonterings-satsen er beregnet ut i fra en netto realrente på 1.75%, hvor vi antar at vi har en brutto rente på 5% og hvor både lønn og  $G$  reguleres med 3.19% pa, slik at vi har sammenhengen:

$$v = \frac{1}{1.0175} = \frac{1.0319}{1.05}$$

En nærmere beskrivelse av intensitetene er gitt ved:

$$\mu_u^k du = \Pr\{\text{overgang til tilstand } k \text{ i alder } [u, u + du)\} \quad (2.1)$$

De mulige tilstandene et medlem kan bevege seg mellom er vist i figuren:



Vi har 2 mulige tilstandsforløp:

$$\begin{aligned} a &\longrightarrow d \\ a &\longrightarrow i \longrightarrow d \end{aligned}$$

Vi antar alle overgangsintensitetene er på Gompertz Makeham form.

$$\mu_u^k = \alpha_k + \beta_k c_k^u \tag{2.2}$$

for tilstand  $k$ . Matrisen med Gompertz Makeham parametrene for de forskjellige overgangsintensitetene er gitt ved

$$\mu_M = \begin{bmatrix} (\alpha_d, \beta_d, c_d) \\ (\alpha_{d,2}, \beta_{d,2}, c_{d,2}), \text{ ektefelle} \\ (\alpha_i, \beta_i, c_i) \end{bmatrix} = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0 & 0.000027 & 10^{0.042} \\ 0 & \frac{0.000027}{10^{3 \cdot 0.042}} & 10^{0.042} \\ 0.00075 & 0.000012 & 1.14 \end{bmatrix}, M \\ \begin{bmatrix} 0 & \frac{0.000027}{10^{3 \cdot 0.042}} & 10^{0.042} \\ 0 & 0.000027 & 10^{0.042} \\ 0.00090 & 0.000027 & 1.13 \end{bmatrix}, K \end{cases}$$

Vi innfører en partiell hjelpestørrelse, som ikke er en virkelig sannsynlighet, men sannsynligheten for ikke å gå over til en bestemt tilstand når vi ser bort fra andre mulige overganger, for de forskjellige tilstandene  $k$ :

$${}_u P_y^k = \exp \left[ - \int_0^u \mu_{y+\tau}^k d\tau \right] = \exp \left[ - \left( \alpha_k u + \beta_k c_k^y \left( \frac{c_k^u - 1}{\log(c_k)} \right) \right) \right] \tag{2.3}$$

For en valgt konstant  $\psi = 1$  antar vi at

$$r_p = \begin{cases} \min \left\{ \max \left\{ \left\lceil \frac{85+x}{2} \right\rceil, r_a - \psi, \lceil x+t \rceil \right\}, r_a, r \right\} & , \quad x+t < \min \{r_a, r\} \\ \lceil x+t \rceil & , \quad x+t \geq \min \{r_a, r\} \end{cases} \tag{2.4}$$

Vi har

$$b = \min \left\{ \frac{\lceil r_p - x \rceil}{30}, 1 \right\} \tag{2.5}$$

Dersom  $\varkappa$  er et naturlig tall, er  $\lceil \varkappa \rceil$  nærmeste heltall til  $\varkappa$ ,  $\lfloor \varkappa \rfloor$  nærmeste heltall mindre eller lik  $\varkappa$  og  $\lceil \varkappa \rceil$  nærmeste heltall større eller lik  $\varkappa$ .



## Kapittel 3

# Ytelser

Tilleggspensjon fra folketrygden beregnes etter FNHs standard. Vi tar ikke hensyn til tjenestetid i andre ordninger og ser bort fra begrensninger i samlet pensjon for yrkesaktive som mottar etterlattepensjon fra en offentlig ordning.

### 3.1 Alderspensjon

#### 3.1.1 Før nådd pensjonsalder i folketrygden

Ytelsen for de som er aktive når de får denne pensjonen er

$$S_{AP1}^a = a b p_{AP} rpg G \quad (3.1)$$

Ytelsen for de som er uføre når de får denne pensjonen er gitt i formel (3.6). Den forventete ytelsen gitt overlevelse frem til alder  $r_p$  for en som i dag er  $y$  år blir

$$S_{AP1} = (r_p - y p_y^i) S_{AP1}^a + (1 - r_p - y p_y^i) S_{UP} \quad (3.2)$$

#### 3.1.2 Etter nådd pensjonsalder i folketrygden

Dersom  $T(rpg, r, faar)$  er tilleggspensjonen i folketrygden i dag i hht standard beregningsformel, er ytelsen

$$S_{AP2} = a b \max\{0, p_{AP} rpg G - [d 0.75 G + \max\{s G, T(rpg, r_p, faar)\}]\} \quad (3.3)$$

### 3.2 Etterlattepensjon

#### 3.2.1 Ektefellepensjon

Ytelsen til ektefelle ved hovedforsikretes død er i alder  $y$  er

$$S_{EP} = a b \begin{cases} \max\{0, p_{EP, gml} p_{AP} rpg G - [d 0.75 G + \max\{s G, 0.55 T(rpg, r, faar)\}]\} & , \quad \begin{array}{l} faar - f(y) < 1949 \\ \cap faar + x < 2001 \end{array} \\ p_{EP} rpg G & , \quad \text{ellers} \end{cases} \quad (3.4)$$

### 3.2.2 Barnepensjon

Ytelsen til første etterlatte barn med rett til pensjon ved hovedforsikretes død er

$$S_{BP} = a b p_{BP} rpg G \quad (3.5)$$

### 3.3 Uførepensjon

Ytelsen ved uførhet er

$$S_{UP} = a b \max\{0, p_{UP} p_{AP} rpg G - [d 0.75 G + \max\{s G, T(rpg, r, faar)\}]\} \quad (3.6)$$

I denne formelen tar vi ikke hensyn til at ytelsen fra folketrygden er høyere under attføring og rehabilitering.

## Kapittel 4

# Forsikringstekniske kontantverdier for aktive

Hovedytelsene alderspensjon, etterlattepensjon og uførepensjon beregnes med lineær opptjening. Vi har følgende generelle formler for beregning av forsikringstekniske kontantverdier for opptjente og totale fremtidige pensjonsrettigheter for yrkesaktive:

$$V_t = \frac{t}{r_p - x} S E_{x+t} \quad (4.1)$$

$$T_t = S E_{x+t} \quad (4.2)$$

### 4.1 Alderspensjon

#### 4.1.1 Før nådd pensjonsalder i folketrygden



$$E_y = v^{r_p - y} {}_{r_p - y}P_y^d \int_0^{r - r_p} v^\tau {}_\tau P_{r_p}^d d\tau I(r_p < r) \quad (4.3)$$

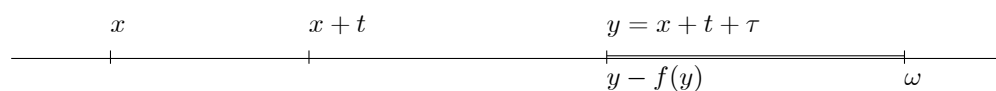
Etter nådd pensjonsalder i folketrygden



$$E_y = v^{\max\{r, r_p\} - y} {}_{\max\{r, r_p\} - y}P_y^d \int_0^{\omega - \max\{r, r_p\}} v^\tau {}_\tau P_{\max\{r, r_p\}}^d d\tau \quad (4.4)$$

## 4.2 Etterlattepensjon

### 4.2.1 Ektefellepensjon



$$E_y = \int_0^{\omega-y} v^\tau \tau p_y^d \mu_{y+\tau}^d K_{y+\tau}^{ad} d\tau \quad (4.5)$$

$$K_y^{ad} = g(y) \int_0^{\omega-(y-f(y))} v^\tau \tau p_{y-f(y),2}^d d\tau \quad (4.6)$$

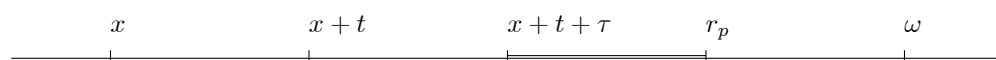
### 4.2.2 Barnepensjon



$$E_y = \int_0^{\omega-y} v^\tau \tau p_y^d \mu_{y+\tau}^d K_{y+\tau}^{ad} d\tau \quad (4.7)$$

$$K_y^{ad} = k(y) \left( \frac{v^{sBP-z(y)} - 1}{\log(v)} \right) \quad (4.8)$$

## 4.3 Uførepensjon



$$E_{x+t} = \int_0^{r_p-(x+t)} v^\tau \tau p_{x+t}^d (1 - \tau p_{x+t}^i) d\tau \quad (4.9)$$

## 4.4 Forventet kontantverdi av fremtidig pensjonsgrunnlag

$$rpg G \int_0^{r_p-(x+t)} v^\tau \tau p_{x+t}^d \tau p_{x+t}^i d\tau \quad (4.10)$$



---

**Del II**

**Fratrådte, pensjonister og  
AFPere**



## Kapittel 5

# Fratrådte

Vi baserer oss på parametere og funksjoner fra dokumentasjonen for aktive. Vi legger til parameteren  $y$  som er alder på beregningstidspunktet. Vi endrer fotskrift på kontantverdiene, siden disse ikke varierer med tjenestetiden slik som for aktive, men med alderen:

$$\begin{aligned} V_y & \text{ Kontantverdi av opptjente pensjonsforpliktelser i alder } y \\ T_y & \text{ Kontantverdi av totale fremtidige pensjonsforpliktelser i alder } y \end{aligned}$$

Avkortningsbrøk ved beregning av oppsatt pensjon:

$$b = \begin{cases} \frac{\lceil t \rceil}{\max\{\lceil r_a - x \rceil, 30\}} & , \quad faar + x > 1975 \\ \frac{\lceil t \rceil}{\min\{\max\{\lceil r_a - x \rceil, 30\}, 40\}} & , \quad faar + x \leq 1975 \end{cases} \quad (5.1)$$

Siden det forekommer fratrådte med alder høyere enn aldersgrensen, må vi innføre en antatt pensjonsalder:

$$r_p = \max\{\lceil y \rceil, r_a\} \quad (5.2)$$

Når vi skal beregne oppsatte ytelser, bruker vi formlene fra kapittelet om ytelser i formeldokumentasjonen for aktive. Merk at avkortningsbrøken  $b$  er forskjellig fra den som brukes for aktive. Etter fratredelse blir de oppsatte ytelsene endret på samme måte som ytelsene for pensjonister, dvs. at de  $G$ -reguleres.

Når vi skal beregne kontantverdier, kan vi bruke samme funksjoner for forventet kontantverdi av eventuelle og aktuelle ytelser som for aktive.

$$T_y = V_y = S E_y \quad (5.3)$$

Samme  $E_y$  for aktive (se formlene (4.3), (4.4), (4.5), (4.7)) og (4.9))



## Kapittel 6

# Pensjonister

### 6.1 Innledning

Vi baserer oss på parametere og funksjoner fra dokumentasjonen for aktive og oppsatte. For uførepensjonister må vi bruke samme antatte pensjonsalder som for fratrådte (se formel (5.2)).

Vi kan bruke samme funksjoner for forventet kontantverdi av eventuelle og aktuelle ytelser som for aktive, med unntak av at vi må utvide definisjonsområdet til  $y$  i  $E_y$  for alderspensjonister. Dessuten innfører vi nye funksjoner for forventet kontantverdi av aktuelle ytelser for etterlattepensjonister. For aktuelle ytelser er

$$V_y = S K_y \tag{6.1}$$

og for eventuelle ytelser er

$$V_y = S E_y \tag{6.2}$$

## 6.2 Alderspensjonister AP1

### 6.2.1 AP1

$$E_y = \int_0^{r-y} v^\tau \tau p_y^d d\tau \quad (6.3)$$

### 6.2.2 AP2

$$E_y = v^{r-y} \tau p_y^d \int_0^{\omega-r} v^\tau \tau p_r^d d\tau \quad (6.4)$$

### 6.2.3 EP og BP

Samme  $E_y$  som for aktive (se formel (4.5) og (4.7)).

## 6.3 Alderspensjonister AP2

### 6.3.1 AP2

$$E_y = \int_0^{\omega-y} v^\tau \tau p_r^d d\tau \quad (6.5)$$

### 6.3.2 EP og BP

Samme  $E_y$  som for aktive (se formel (4.5) og (4.7)).

## 6.4 Ektefellepensjonister

$K_y^{ad}$  er lik  $E_y$  i formel (6.4).

## 6.5 Barnpensjonister

$$K_y^{ad} = \frac{v^{(sBP-y)} - 1}{\log(v)} \quad (6.6)$$

## 6.6 Uførepensjonister

### 6.6.1 UP

Samme  $K_y^{ai}$  som for aktive (se formel (4.9)).

### 6.6.2 AP1, AP2, EP og BP

Samme  $E_y$  som for aktive (se formel (4.3), (4.4), (4.5), (4.7)).

## Kapittel 7

# AFP'ere

AFP-pensjonen utbetales ikke fra den kommunale pensjonsordningen og AFP-pensjonistenes situasjon blir derfor å sammenlikne med de fratrådtes, med unntak at de ikke har noen mulighet til å kunne motta uførepensjon.

Antatt pensjonsalder er

$$r_p = \max \{65, [y]\} \quad (7.1)$$

Avkortningsbrøken ved beregning av oppsatt pensjon er som for aktive (se formel (2.5)).

Når vi skal beregne oppsatte ytelser, bruker vi formlene fra kapittelet om ytelser i formeldokumentasjonen for aktive. Ved AFP-pensjonering blir de individuelle parametrene som brukes i ytelsesformlene lagret en gang for alle. Deretter blir de oppsatte ytelsene endret på samme måte som for pensjonister, dvs. at endringene kun skyldes endringer i folketrygdens grunnbeløp (ytelsene  $G$ -reguleres).

$T_y = V_y$  er gitt av de samme formlene som for fratådte.